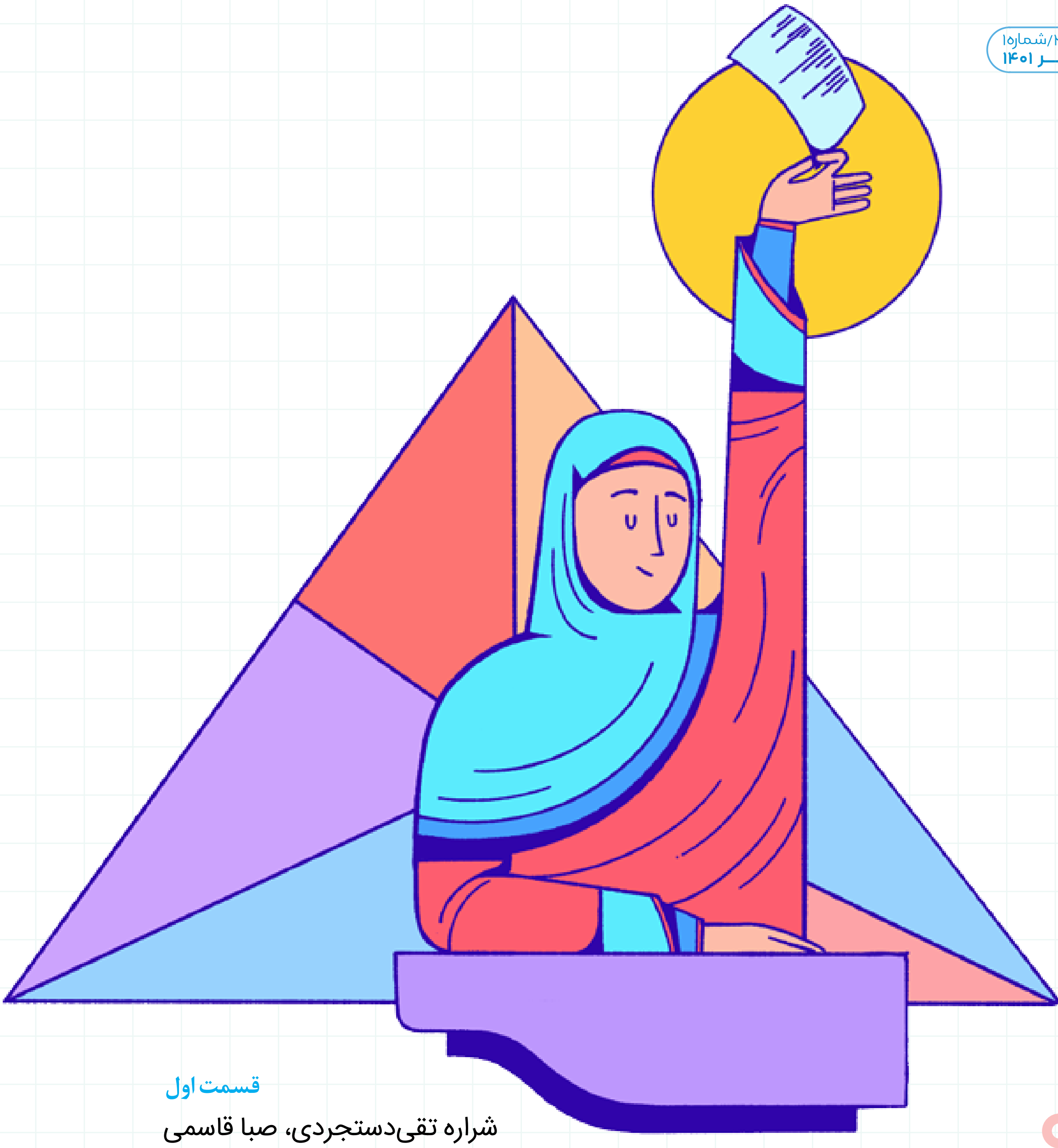


قسمت اول

شراره تقی‌دستجردی، صبا قاسمی

استدلال‌های غلطِ درست‌نما

● روز امتحان:
یک بار دیگر پاسخ تمام مسائل را بازبینی کرد. به نظرش همه چیز درست بود. سرش را بالا گرفت و پر غرور گفت: «اجازه، می‌توانم برگه‌ام را بدهم؟»

– همهٔ مسئله ها را حل کردی؟

– بله، تمام شد.

– می‌خواهی یک دور دیگر جواب‌هایت را بخوانی؟

– اجازه، بازبینی کردم.

– بسیار خب. می‌توانی برگه‌ات را بدهی.

رها سربلند از اینکه که زودتر از همه امتحان ریاضی‌اش را تمام کرده و به تمام سؤال‌ها هم جواب داده است، برگه‌اش را تحویل داد و از کلاس بیرون رفت.

● یک هفته بعد:
معلم در حال پس‌دادن برگه‌های بچه‌ها بود و اسم بچه‌ها را یکی‌یکی می‌خواند. قلب رها داشت تندتند می‌زد. منتظر بود تا معلم صدایش کند. خبر نداشت که قرار است آخرین نفری باشد که برگه‌اش را تحویل می‌گیرد. بالاخره معلم اســـمش را خواند. رها با عجله به سوی معلم رفت. وقتی چشـــمش به نمرهٔ ۱۶ افتاد که با خودکار قرمز گوشهٔ چپ برگه نوشته شده بود، همان‌جا خشکش زد. انگار که کسی یک سطل آب یخ روی سرش ریخته باشد. رها ابداً انتظار چنین نمره‌ای را نداشت. او همهٔ سؤال‌ها را پاسخ داده بود. چطور ممکن بود چنین نمره‌ای بگیرد؟!

اگر چه احساس خشم توأم با غم از اعماق وجودش موج می‌زد، اما هنوز در دلش کور سوی امیدی بود که شاید معلم اشتباه کرده باشد. برگه را گرفت و رفت به سمت نیمکتش. هنوز دو قدم بیشتر نرفته بود که معلم با صدایی نه چندان بلند گفت: «رها زنگ تفریح بمان تا صحبت کنیم.»

برای هر کدام از ما این امر پیش آمده است که به خیال خودمان مسئله‌ای را حل کرده‌ایم، اما بعد فهمیده‌ایم که حل مسئلهٔ ما پذیرفته نشده است.

فکر می‌کنید مشکل از کجاست؟

معمولاً چه اشتباه یا اشتباه‌هایی می‌کنیم که استدلالمان درست از آب در نمی‌آید؟

...

می‌خواهیم در این شماره و چند شمارهٔ بعد به پرسش‌های بالا بپردازیم؛ شاید بتوانیم برخی از ریشه‌های اشتباه‌هایمان را در استدلال‌ها بیابیم. استدلال‌هایی که غلط‌اند، اما درست به نظر می‌رسند.

به ادعای زیر توجه کنید:

«همهٔ مثلث‌ها متساوی‌الساقین هستند!»

همهٔ ما می‌دانیم که این ادعا نادرست است، اما برای چند لحظه تصور کنید که از نادرستی آن اطلاعی ندارید. قرار است شما استدلال کسی را که تلاش کرده است این ادعا را ثابت کند، بررسی کنید. اما پیش از آنکه استدلال ادعای بالا را بخوانیم، بهتر است کمی دربارهٔ «استدلال‌کردن» بیندیشیم.

شاید بتوان استدلال‌کردن را به ساختن یک ساختمان تشبیه کرد. همان‌طور که واضح است برای ساختن ساختمانمان به مصالح نیاز داریم، در ساختمان استدلالمان هم موادی نیاز داریم که یکی از آن‌ها «دانش قبلی»مان است. البته این موضوع فقط در مورد استدلال‌های ریاضی درست نیست، بلکه برای هر استدلالی به جمله‌هایی نیاز داریم که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم. این جمله‌ها درست در حکم آجرهای محکمی هستند که با خیال راحت می‌توانیم آن‌ها را روی هم بچینیم و ساختمانمان را بالا ببریم. برای مثال در استدلالی که برای ادعای بالا می‌آوریم، از قضیه‌های متفاوتی استفاده شده است؛ از جمله:

- هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.
- هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از ضلع‌های آن زاویه فاصلهٔ یکسانی دارد.

به عنوان دست‌گرمی اثبات این دو قضیه را بنویسید ☺

همان‌طور که دیدید، این دو قضیه بر اساس «قضیه‌های همنهشتی مثلث‌ها» اثبات می‌شوند، اما خودِ قضیه‌های همنهشتی مثلث‌ها بر اساس قضیه‌های دیگری اثبات می‌شوند که آن‌ها هم درست هستند و این روند ادامه پیدا می‌کند تا به اصولی برسیم که بدون اثبات آن‌ها را می‌پذیریم.

برگردیم به ادعایمان:

«همهٔ مثلث‌ها متساوی‌الساقین هستند!»[۱]

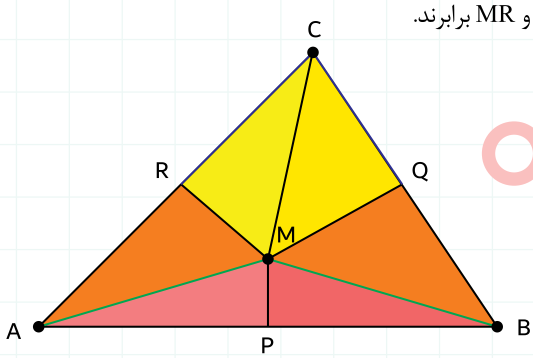
و اما استدلال:

۱. یک مثلث دلخواه در نظر بگیرید و آن را ABC بنامید.

۲. نیمساز زاویهٔ C را رسم کنید.

۳. خط عمودمنصف ضلع AB را رسم کنید. خط AB و نیمساز زاویهٔ C یکدیگر را در نقطهٔ M قطع می‌کنند.

۴. حالا از نقطهٔ M بر ضلع‌های AC و BC نیز عمود می‌کنیم تا این دو ضلع را به ترتیب در نقطه‌های R و Q قطع کنند. از آنجا که M روی نیمساز زاویهٔ C قرار دارد، پس پاره خط‌های MQ و MR برابرند.



دو مثلث قائمه‌الزاویهٔ RMC و QMC به حالت وتر و یک ضلع همنهشت هستند. بنابراین اجزای متناظرشان نیز با هم برابرند.

پس داریم: RC= QC.

از طرف دیگر، چون M نقطه‌ای از عمودمنصف ضلع AB است، پس دو مثلث قائم‌الزاویهٔ MAP و MBP نیز به حالت وتر و یک ضلع همنهشت‌اند. بنابراین: AR=QB.

از آنجا که داریم: AC=AR+RC و BC=BQ+QC، پس: AC=BC.

در نتیجه، مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

هیچ یک از ما باور ندارد که این استدلال درست باشد. اما به نظر شما کجای کار اشتباه است که چنین نتیجهٔ به‌وضوح نادرستی را به دست می‌دهد؟

دقت کنید که برای تشخیص خطای این استدلال به مرحله‌های اثبات دقت کنید، نه اینکه بخواهید دقت شکلی را که کشیده شده است بررسی کنید! کسی که بتواند خطای آن را تشخیص دهد، منشأ مهمی از خطاهای ممکن در استدلال‌های ریاضی را درک می‌کند.

ادامه دارد ...

پی‌نوشت

۱. این استدلال از وبگاه https://mathematik.com/Isoscele/ گرفته شده است.